

Soutěž: TECHNICKÉ DÍLO ROKU 2013

Pořadatel: Komora geodetů a kartografů

Autonomní mapovací vzducholod'

Autoři: Ing. B. Koska, Ph.D., prof. Ing. J. Pospíšil, CSc., Ing. T. Křemen, Ph.D., Ing. Jakub Jon

Instituce: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, Katedra speciální geodézie

Kontakt: bronislav.koska@fsv.cvut.cz, +420 773 675 456

Anotace: V textu je představen projekt vývoje Autonomní mapovací vzducholodi. Projekt je v pokročilém stádiu vývoje a bylo již úspěšně realizováno několik pilotních praktických měřických projektů. Systém je nadále vyvíjen a vylepšován. Text byl s drobnými úpravami převzat z monografie „3D skenovací systémy“ (Štroner, M. - Pospíšil, J. - Koska, B. - Křemen, T. - Urban, R. - et al., ČVUT, ISBN 978-80-01-05371-3, 2013) z kapitoly „Autonomní mapovací vzducholod'“ (B. Koska).



Obr. 1 - Autonomní mapovací vzducholod'

1 Úvod

V letech 2011-2014 je na Katedře speciální geodézie řešen projekt Technologické agentury České republiky "Technologie a systém určující fyzikální a prostorové charakteristiky pro ochranu a tvorbu životního prostředí a pro zvýšení potenciálu energetických zdrojů" č. TA01020698.

Předmětem projektu je vytvoření měřicího systému se specifickými vlastnostmi, vhodného např. pro efektivní mapování středně velkých oblastí (jednotky až desítky čtverečných kilometrů), vytváření termometrických georeferencovaných map nebo pro mapování nebezpečných nebo nepřístupných oblastí (sklárky). Použití systému by mělo být výhodné zejména pro rozsahy, které jsou příliš velké pro klasické geodetické měření s GNSS a/nebo totální stanicí, a příliš malé pro ekonomické využití pilotovaných leteckých prostředků. Výsledná absolutní přesnost vyvíjeného systému by měla být lepší než 10 cm (polohová směrodatná odchylka) a její náhodná složka menší než 5 cm. Tato přesnost je nižší než u klasického měření, ale výrazně vyšší než u skenovacích systémů nesených pilotovaným letadlem. Z hlediska vlastností (přesnost, rychlost sběru dat) mají nejblíže k vyvíjenému

systemu mobilní skenovací systémy, jejichž nevýhodou je ale menší dostupnost ve špatně přístupných lokalitách.

Proto bylo navrženo řešení, spočívající ve využití bezpilotní vzducholodi s autonomní možností řízení jako nosiče měřící platformy. Ta je speciálně navržena a optimalizována pro provoz na vybraném nosiči – vzducholodi (limitující je zejména hmotnost do 15 kg a rozměrové omezení). Platforma je umístěna v tlumeném dvojitým gravitačním kardanově závěsu a obsahuje několik senzorů. Jedná se o INS/GPS navigační jednotku, kónický laserový skenovací systém, digitální kamery ve viditelném spektru a profesionální termometrickou kameru.

Volba vzducholodi jako nosiče vyplynula z jejich specifických letových vlastností, jako je bezpečnost (v případě poruchy nehrozí prudký dopad a tím je zmírněno riziko poškození nesených přístrojů), stabilita letu z hlediska vysokých frekvencí, možnost letu nízkou rychlostí (v porovnání s jinými nosiči), dostatečná nosnost a dlouhá doba letu. Předmětem řešení projektu je návrh, realizace a testování prostorové kalibrace a časové synchronizace všech senzorů a také softwarového a hardwarového řešení sběru dat. Dále určení přesných parametrů všech senzorů a jejich případné úpravy.

Projekt je řešen na ČVUT, zodpovědnou osobou je prof. Ing. Jiří Pospíšil, CSc., z Fakulty stavební, která spolupracuje s Fakultou strojní. Dalším řešitelem je společnost Control System International, s.r.o., která provádí geodetické činnosti a specializuje se na statické a mobilní laserové skenování a dále společnost ENKI, o.p.s., která má dlouhodobé zkušenosti s leteckým termometrickým mapováním a ekologickými studii.

Dodavatelem vzducholodi je společnost AirshipClub.com. Tato společnost se dlouhodobě věnuje vývoji bezpilotních vzducholodí s možností autonomního řízení a má odběratele i v zahraničí. Pro potřeby projektu AirshipClub.com vyvinul a dodal vzducholod' s požadovanými letovými parametry (např. užitečná nosnost 15 kg nebo doba letu 3 hodiny).

2 Komponenty systému

Z hardwarového hlediska se celý systém skládá z několika komponent. Jedná se o vzducholod', měřickou platformu, řídicí počítač, jednotku INS/GPS k určování prostorové polohy, laserový skener, kamery ve viditelném spektru a termovizní kameru. Nejdůležitější komponenty jsou dále podrobně popsány.

2.1 Vzducholod' Airship ACC15X

Vzducholod' je v projektu nosičem měřící platformy. Volba vzducholodi, proti jiným bezpilotním prostředkům, vyplynula z jejich specifických letových vlastností, jako je bezpečnost, stabilita letu z hlediska vysokých frekvencí, možnost letu nízkou rychlostí (v porovnání s jinými nosiči), dostatečná nosnost a dlouhá doba letu. Vývoj a úpravy vzducholodi a jejího řízení provádí její dodavatel společnost AirshipClub.com.

Základní parametry použité vzducholodi jsou:

- Model Airship ACC15X
- Délka 12 m, maximální průměr balónu 2,8 m
- Objem hélia 57 m³
- Doporučená provozní rychlost 30 km/h, maximální 50 km/h
- Nosnost 15 kg
- Motory elektrické
- Zdroj energie benzínový generátor
- Provozní doba 3 hodiny



Obr. 2 - Vzducholod' Airship ACC15X

2.2 Měřická platforma

Pro potřeby stabilizace záznamu byla vyvinuta platforma s umístěním v tlumeném dvojitým gravitačním kardanově závěsu. Základní vlastností platformy je lehká duralová konstrukce a flexibilita z hlediska úpravy úchytných prvků pro senzory.



Obr. 3 - Měřická platforma v dvojitým gravitačním kardanově závěsu

2.3 INS/GPS iMAR iTraceRT F200

INS/GPS iMAR iTraceRT F200 jednotka slouží k přímému georeferencování měřické platformy. Jedná se o jednotku taktického stupně, typu strapdown s gyroskopy technologie optických vláken a akcelerometry technologie MEMS. K jednotce byl pořízen software Inertial Explorer iWP+ společnosti NoVatel. Základní parametry jednotky jsou:

- Přesnost v poloze $\pm 2 \text{ cm} + 2 \text{ ppm}$ (INS/RTK-GPS)
- Přesnost v poloze při výpadku GPS na 10 s $\pm 10 \text{ cm}$

- Úhlová přesnost 0.01°(roll, pitch), 0.04°(heading)
- Hmotnost 2.4 kg
- Frekvence záznamu 200 Hz

2.4 Laserový skener Sick LD-LDR1000

Skener Sick LD-LRS1000 je rotační 2D skener určený primárně k použití v bezpečnostních průmyslových aplikacích. S pokrokem ve vývoji autonomních dopravních prostředků a mapovacích systémů je stále častěji, díky dlouhé tradici výroby a dobrému poměru ceny k výkonu, nasazován i jako mapovací senzor. Tento senzor byl pro potřeby projektu výrazně modifikován viz odstavec 5 a [2].

Tab. 2.1 Základní parametry laserového skeneru Sick LD-LDR1000

Dosah/odrazivost	250m/100%, 80m/10%
Úhlový rozsah	360°
Maximální frekvence měření	14400 Hz
Rotační frekvence	5-10 Hz
Směrodatná odchylka (náhodná)	30 mm
Systematická odchylka	±38 mm do 80m, ±63 mm nad 80m
Minimální úhlový krok	0.125°
Průměr stopy při ústí	40 mm
Rozbíhavost laserového svazku	2.8 mrad = 0.16°
Rozhraní	RS-232/RS-422, ethernet, CAN

2.5 Termovizní kamera FLIR SC645

Pro potřeby termovizního snímání byla do systému zahrnuta profesionální termovizní kamera FLIR SC645. Základní parametry této kamery jsou:

- Rozlišení senzoru 640 x 480 pixelů
- Vlnové délky snímání senzorem 7.5-13 micrometrů
- Rozstup pixelů 17 micrometrů
- Frekvence snímání 25 Hz
- Přesnost 2 °C nebo 2% hodnoty

2.6 Kamery ve viditelném spektru

V systému je pro získávání barevné informace osazena kamera ve viditelném spektru. Z důvodu nízké hmotnosti a k poměru k ní vysoké obrazové kvalitě byla v systému nasazena kamera kategorie systémový kompaktní Olympus PEN E-PM1 s kvalitním objektivem s pevným ohniskem M.Zuiko 12mm f/2. Z důvodu lepšího programového ovládání z řídicího počítače byla nahrazena nejlehčí dostupnou kamerou kategorie zrcadlovka Canon EOS 100D (hmotnost těla s baterií 407 gramů) s lehkým objektivem s pevným ohniskem Canon EF 40mm F2,8 STM (114 g).

3 Předmět řešení

Reálnou náplň řešení projektu vývoje autonomní mapovací vzducholodi je možné rozdělit na několik částí. Jedná se o vývoj vzducholodi, včetně autonomního řízení, kalibraci jednotlivých senzorů publikováno např. v [2], časovou synchronizaci jednotlivých senzorů částečně viz [3] a geometrickou kalibraci vztahů jednotlivých senzorů [4]. Dále jsou podrobně popsány některé aspekty řešení.

4 Kalibrace prostorových vztahů senzorů a přímé georeferencování

Tento odstavec se zabývá jednou z hlavních částí řešeného projektu - určením vzájemných prostorových vztahů jednotlivých senzorů vyvíjeného mapovacího systému.

V našem případě se jedná o poziční senzor GPS/INS iMAR iTracer – F200 a jeho vztah ke kamerám (viditelné spektrum Canon 100D a Olympus E-PM1 a IR FLIR SC645) a dále ke skenovacímu zařízení SICK LD-LRS1000. Jednotlivé komponenty již byly popsány v odstavci 2.

Hlavním předmětem kalibrace všech senzorů je určení tzv. „bore-sight“ a „lever-arm“. Lever-arm představuje vzájemný posun souřadnicových systému senzoru a GPS/INS a je většinou s dostatečnou přesností přímo měřitelný v laboratoři. Problematictější je určení bore-sight, které představuje určení zbytkových rotací mezi souřadnicovým systémem senzoru a GPS/INS (přibližné stočení je opět možné určit přímým měřením).

K danému tématu existují knižní publikace např. [8], [5], [9] a [10] a dále často aktuálnější vědecké články. V případě kamer, je literatura obecně bohatší, protože letecká fotogrammetrie má delší tradici a vybavení je dostupnější. V našem případě bylo čerpáno zejména z příspěvků [11], [12] a [13]. V případě skenovacích systémů je situace složitější, protože ve světě existuje pouze několik „univerzitních“ systémů, jejichž postupy kalibrace byly publikovány. Existující komerční letecké skenovací systémy výrobců jako Leica, Riegl, Optech atp. kalibrační postupy z obchodních důvodů nepublikují. Z dostupných publikací bylo pracováno s publikacemi [11] (a kapitola č. 3 knihy [8] od stejných autorů) a [15], které popisují kalibrace systému Helimap, vyvíjeného na EPFL - Swiss Federal Institute of Technology Lausanne.

Kromě uvedené literatury týkající se přímo kalibrací soustav INS/GPS, kamera a/nebo skener, byla použita literatura [16] týkající se obecného vyrovnání, dále druhá kapitola z již uvedené knihy [5] “Mathematical concepts in photogrammetry”, kde jsou snad nejlépe kategorizovány varianty vyrovnání a jejich použití a dále disertační práce [1], která velmi uceleně pojednává o tzv. ortogonálním prokládání, které je použito pro vnitřní a vnější kalibraci skeneru.

4.1 INS/GPS a kamera

Při určování vztahu INS/GPS a kamery jsou používány dva základní přístupy. Prvním přístupem popsaným např. v [12] a prakticky aplikovaným např. [13] je tzv. jednokroková metoda a druhým podle literatury starší, ale stále vyvíjená metoda dvoukroková viz [11].

Ve všech případech je řešeno pouze vzájemné úhlové stočení obou prvků (bore-sight). Délkové odsazení (lever-arm) je vhodnější (a přesnější) určit nezávisle přímým laboratorním měřením.

Jednokroková metoda

Tato metoda je založena na rozšíření tradičního svazkového vyrovnání o další měřené i určované parametry. V klasickém svazkovém vyrovnání v leteckém odvětví nazývaném aerotriangulace jsou měřené parametry snímkové souřadnice většinou doplněné o (pozemní) vlíčovací body a určované parametry jsou vnější orientace kamer (poloha a stočení vůči referenčnímu souřadnicovému systému dále souhrnně poloha) a nakonec 3D souřadnice pomocných (nezaměřených) bodů.

V případě jednokrokové metody je součástí měření:

- Snímkové souřadnice bodů (vlíčovacích a pomocných)
- 3D souřadnice vlíčovacích bodů (většinou určeny metodou GNSS) – ve zvoleném referenčním systému.

- Poloha (pozice a stočení) jednotky INS/GPS v okamžiku snímání kamery – ve zvoleném referenčním systému.

Hledané parametry jsou:

- 3D souřadnice pomocných bodů – ve zvoleném referenčním systému.
- Externí orientace - poloha kamer – ve zvoleném referenčním systému.
- Konstantní matice rotace (úhly) mezi souřadnicovým systémem jednotky INS/GPS a kamery.

Mezi měření nebo mezi hledané parametry by teoreticky bylo možné zařadit i odsazení (lever-arm) mezi souřadnicovým systémem jednotky INS/GPS a kamery. Prakticky se to tak ale nedělá, protože laboratorní určení těchto parametrů je řádově přesnější (mm) a proto ve vyrovnání figurují jako konstanty.

Jako model vyrovnání pro svazkové vyrovnání je většinou v literatuře uváděno tzv. vyrovnání měření zprostředkujících (indirect observation), které ale v případě jednokrokové metody není možné použít z důvodu nedostatečné obecnosti a proto je nutné použít nejobecnější vyrovnání v publikaci [5] v kapitole 2. nazvané Gauss-Helmertův model s podmínkami.

Dvoukroková metoda

Alternativní a podle literatury starší metodou je metoda dvoukroková.

Ta je založena na nezávislém určení polohy kamer aerotriangulací (dále AT) a zjištěním polohy jednotky INS/GPS, obojí v jednotném referenčním systému. Rozdíl stočení obou prvků v referenčním systému by měl být konstantní a představovat hledané parametry. Takto přímočaře bylo řešeno určení úhlové stočení v našich prvotních experimentech a pravděpodobně v publikaci [13] (popis zde není úplně detailní).

V [11] a [15] je uvedeno, že pro určení polohy AT byla využita „pomoc“ GPS. Takové řešení by mělo zpřesnit výsledky orientací kamer z AT. V takovém případě by orientace z INS/GPS byla použita přímo a orientace z AT by používala měřené parametry:

- Snímkové souřadnice bodů (vlícovacích a pomocných)
- 3D souřadnice vlícovacích bodů (většinou určeny metodou GNSS) – ve zvoleném referenčním systému.
- Pozice kamery zjištěná v okamžiku snímání kamery z jednotky INS/GPS – ve zvoleném referenčním systému.

Hledané parametry:

- 3D souřadnice pomocných bodů – ve zvoleném referenčním systému.
- Externí orientace - poloha kamer – ve zvoleném referenčním systému.

Matice bore-sight je spočítána nezávisle po vyrovnání průměrem nebo váženým průměrem z rozdílů orientací INS/GPS a kamery.

4.2 INS/GPS a skener

Literatura týkající se určení prostorových vztahů jednotky INS/GPS a laserového skeneru je méně častá než u kamer. Důvodem je pravděpodobně kratší doba existence těchto systémů a jejich menší dostupnost daná vysokou cenou. Systémy jsou většinou dodávány a kalibrovány zavedenými výrobci jako Leica, Riegl nebo Optech. Tito výrobci kalibrační procesy jako své proprietární vlastnictví chrání.

Existuje pouze několik systémů vyvinutých na výzkumných pracovištích a prezentovaných veřejně jako např. systém Helimap prezentovaný v [15]. Na stejném pracovišti byla vyvinuta nová metoda pro kalibraci prostorového vztahu INS/GPS a 2D laserového skeneru prezentovaná velmi detailně v publikaci [14] a taky v třetí kapitole knihy [8], kde bylo použito jiné přehlednější označení parametrů a trochu jinak formulovány některé vztahy. Metoda zde navržená a popsaná je založena na minimalizaci odchylek podrobných

bodů od zaměřených rovinných ploch. Stejný princip byl taky publikován v [17], ale neobsahuje výsledky praktických experimentů a je více obecný.

Měřené veličiny v tomto případě jsou

- Přímě měřené délky a úhly skenerem na podrobné body.
- Poloha (pozice a stočení) jednotky INS/GPS interpolovaná v okamžiku měření každého podrobného bodu – ve zvoleném referenčním systému.

Hledané parametry:

- Konstantní matice rotace (úhly) mezi souřadnicovým systémem jednotky INS/GPS a skenerem – hledaná matice bore-sight .
- Parametry všech jednotlivých rovinných ploch.
- Volitelně korekční parametry polohy INS/GPS jednotky pro každou náletovou linii nebo skupinu linií podle [17].

Stejně jako v případě kamery bude délkové odsazení (lever-arm) určeno výhodněji (a přesněji) nezávisle přímým laboratorním měřením.

Použití modifikovaného laserového skeneru v bore-sight kalibraci

Metodu prezentovanou v publikaci [8] (a původně v [14]) je v našem případě nutné modifikovat pro použití „kónického“ laserového skeneru, který je v systému používán viz odstavec 5.

Hlavní rovnice pro výpočet souřadnic podrobného bodu v geocentrickém souřadnicovém systému, taky nazývaná rovnice přímého georeferencování, je (založena na rovnici č. 3.20 z [8]):

$$\mathbf{x}^e = \mathbf{x}_b^e + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{R}_b^l \cdot \mathbf{R}_{b'}^b \cdot \mathbf{T}_s^{b'} \cdot (\mathbf{x}^s - \mathbf{x}_b^s) \quad (4.1)$$

Kde:

- \mathbf{x}^e – je vektor souřadnic bodu zaměřeného skenerem v e-systému (geocentrická soustava např. WGS84),
- \mathbf{x}_b^e – je vektor souřadnic počátku souřadnicového systému INS/GPS (dále b-systém) vyjádřený v e-systému,
- \mathbf{R}_l^e – je matice rotace z lokálního l-systému do e-systému definovaná geografickou polohou (φ, λ) vztažného bodu INS/GPS,
- \mathbf{R}_b^l – je matice rotace z b-systému do l-systému parametrizovaná pomocí úhlů rotace roll, pitch a yaw,
- $\mathbf{R}_{b'}^b$ – je bore-sight matice - jedná se o zbytkovou rotační matici z s-systému skeneru do b-systému INS/GPS vystupující ve formě diferenciální rotační matice,
- $\mathbf{T}_s^{b'}$ - je přibližně známá (a při vyrovnání konstantní) rotační matice z s-systému skeneru do b-systému,
- \mathbf{x}^s – je vektor souřadnic podrobného bodu v s-systému skeneru,
- \mathbf{x}_b^s – je vektor souřadnicového odsazení mezi počátkem b-systému a s-systému vyjádřený v s-systému (inverzní lever-arm).

Obecně v popisu horní index odkazuje na vztažný souřadnicový systém a dolní index vstupní souřadnicový systém.

Rovnice (4.1) obsahuje drobné rozdíly oproti rovnici č. 3.20 z [8]. Nejvýznamnějším rozdílem je znaménko vektoru \mathbf{x}_b^s , které je v č. 3.20 z [8] uvedeno chybně kladné. Další změnou je přímé obsazení bore-sight matice $\mathbf{R}_{b'}^b$, která je hlavním prvkem kalibrace. Rovnice (4.1) není v použité literatuře odvozena a proto je její odvození uvedeno dále.

Rovnice (4.1) vychází ze tří jednoduchých euklidovských transformací:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^b &= \mathbf{x}_s^b + \mathbf{R}_s^b \cdot \mathbf{x}^s = \mathbf{x}_s^b + \mathbf{R}_b^b \cdot \mathbf{T}_s^{b'} \cdot \mathbf{x}^s \\
\mathbf{x}^l &= \mathbf{x}_b^l + \mathbf{R}_b^l \cdot \mathbf{x}^b \\
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_l^e + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{x}^l
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Pokud je spojíme získáme:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_l^e + \mathbf{R}_l^e \cdot [\mathbf{x}_b^l + \mathbf{R}_b^l \cdot (\mathbf{x}_s^b + \mathbf{R}_s^b \cdot \mathbf{x}^s)] \\
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_l^e + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{x}_b^l + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{R}_b^l \cdot (\mathbf{x}_s^b + \mathbf{R}_s^b \cdot \mathbf{x}^s) \\
\mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{x}_b^l &= \mathbf{x}_b^{e(l)} \\
\mathbf{x}_l^e + \mathbf{x}_b^{e(l)} &= \mathbf{x}_b^e \\
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_b^e + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{R}_b^l \cdot (\mathbf{x}_s^b + \mathbf{R}_s^b \cdot \mathbf{x}^s) \\
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_b^e + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{R}_b^l \cdot \mathbf{R}_s^b \cdot (\mathbf{R}_b^s \cdot \mathbf{x}_s^b + \mathbf{x}^s) \\
\mathbf{R}_b^s \cdot \mathbf{x}_s^b &= -\mathbf{x}_b^s \\
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_b^e + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{R}_b^l \cdot \mathbf{R}_s^b \cdot (\mathbf{x}^s - \mathbf{x}_b^s) \\
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_b^e + \mathbf{R}_l^e \cdot \mathbf{R}_b^l \cdot \mathbf{R}_b^b \cdot \mathbf{T}_s^{b'} \cdot (\mathbf{x}^s - \mathbf{x}_b^s)
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Jediným novým doposud nepopsaným parametrem v odvození (4.3) je vektor $\mathbf{x}_b^{e(l)}$, který představuje souřadnice počátku b-systému vztažené k poloze l-systému, ale s orientací os v e-systému.

Dále můžeme snadno odvodit, že \mathbf{x}_b^s v rovnici (4.1) musí mít záporné znaménko:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^b &= \mathbf{x}_s^b + \mathbf{R}_s^b \cdot \mathbf{x}^s \\
\mathbf{R}_b^s &= (\mathbf{R}_s^b)^{-1} \\
\mathbf{x}^s &= -\mathbf{R}_b^s \cdot \mathbf{x}_s^b + \mathbf{R}_b^s \cdot \mathbf{x}^b = \mathbf{x}_b^s + \mathbf{R}_b^s \cdot \mathbf{x}^b \\
\mathbf{x}_b^s &= -\mathbf{R}_b^s \cdot \mathbf{x}_s^b
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Dále můžeme do rovnice (4.1) dosadit konkrétní parametry jednotlivých matic:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^e &= \mathbf{x}_b^e + \mathbf{R}_l^e(\varphi, \lambda) \cdot \mathbf{R}_b^l(r, p, y) \cdot \mathbf{R}_b^b(\Delta\omega, \Delta\varphi, \Delta\kappa) \cdot \\
&\cdot \mathbf{T}_s^{b'}(\omega, \varphi, \kappa) \cdot (\mathbf{x}^s - \mathbf{x}_b^s)
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Jednotlivé matice v pořadí z leva do prava jsou dále vyjádřeny (je používáno zjednodušení $\sin \omega = s_\omega$ a $\cos \omega = c_\omega$):

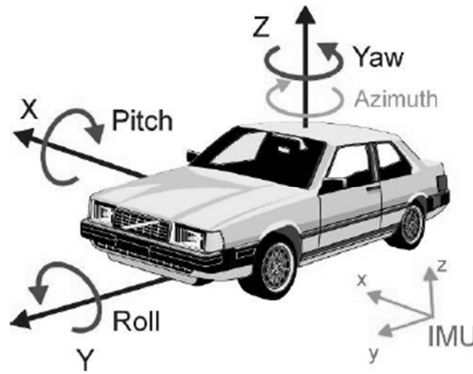
$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{l_{NED}}^e(\varphi, \lambda) &= \begin{pmatrix} -s_\varphi c_\lambda & -s_\lambda & -c_\varphi c_\lambda \\ -s_\varphi s_\lambda & c_\lambda & -c_\varphi s_\lambda \\ c_\varphi & 0 & -s_\varphi \end{pmatrix} \\
\mathbf{R}_{l_{ENU}}^e(\varphi, \lambda) &= \begin{pmatrix} -s_\lambda & -s_\varphi c_\lambda & c_\varphi c_\lambda \\ c_\lambda & -s_\varphi s_\lambda & c_\varphi s_\lambda \\ 0 & c_\varphi & s_\varphi \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Matice rotace (4.6) představuje rotaci ze zvoleného lokálního l-systému do geocentrického e-systému. První varianta NED (North, East, Down) byla převzata z [8]. Druhá varianta ENU (East, North, Up) je používána v našem systému, protože se jedná o základní lokální systém použité jednotky INS/GPS iMAR ITraceRT F200 a je taky používána

v softwaru Inertial Explorer firmy NovAtel, který je používán pro zpracování dat. ENU varianta byla odvozena jednoduchou změnou orientací sloupcových vektorů z NED varianty.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_b^l(r, p, y) &= \mathbf{R}_z(-y) \cdot \mathbf{R}_x(-p) \cdot \mathbf{R}_y(-r) \\
 \mathbf{R}_b^l(r, p, y) &= \begin{pmatrix} c_y & -s_y & 0 \\ s_y & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_p & -s_p \\ 0 & s_p & c_p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_r & 0 & s_r \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_r & 0 & c_r \end{pmatrix} \\
 \mathbf{R}_b^l(r, p, y) &= \begin{pmatrix} c_y c_r - s_y s_p s_r & -s_y c_p & c_y s_r + s_y s_p c_r \\ s_y c_r + c_y s_p s_r & c_y c_p & s_y s_r - c_y s_p c_r \\ -c_p s_r & s_p & c_p c_r \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Poněkud nezvyklá forma rotační matice z b-systému do l-systému v maticích (4.7) je zapříčiněna základní a doporučenou konfigurací používané INS/GPS jednotky a je převzata z uživatelského manuálu viz následující obrázek.



Obr. 4 - Doporučená orientace os pro INS/GPS iMAR iTraceRT F200 (převzato z manuálu)

Dále je vyjádřena matice $\mathbf{T}_s^{b'}$, která představuje přibližně známou a ve vyrovnání konstantní matici rotace z s-systému do b-systému. Zde může být použito libovolné pořadí rotačních matic podle jednotlivých os, ale z konvenčních důvodů bude použito pořadí podle [9] a [10]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}_s^{b'}(\omega, \varphi, \kappa) &= \mathbf{R}_x(\omega) \cdot \mathbf{R}_y(\varphi) \cdot \mathbf{R}_z(\kappa) \\
 \mathbf{T}_s^{b'}(\omega, \varphi, \kappa) &= \begin{pmatrix} c_\varphi c_\kappa & -c_\varphi s_\kappa & s_\varphi \\ c_\omega s_\kappa + s_\omega s_\varphi c_\kappa & c_\omega c_\kappa - s_\omega s_\varphi s_\kappa & -s_\omega c_\varphi \\ s_\omega s_\kappa - c_\omega s_\varphi c_\kappa & s_\omega c_\kappa + c_\omega s_\varphi s_\kappa & c_\omega c_\varphi \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

V rotační matici výše je jako kladná uvažována rotace protisměru hodinových ručiček při pohledu k počátku.

Poslední doposud nevyjádřenou maticí z rovnice (4.5) je zbytková bore-sight matice, která představuje diferenciální matici stejného původu jako matice (4.8):

$$\mathbf{R}_b^b(\Delta\omega, \Delta\varphi, \Delta\kappa) = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta\kappa & \Delta\varphi \\ \Delta\kappa & 1 & -\Delta\omega \\ -\Delta\varphi & \Delta\omega & 1 \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

Jako poslední je nutné vyjádřit vektor \mathbf{x}^s , který má v souladu s odstavcem 5 tvar:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} d \cdot \cos \sigma + 2 \cdot nm_x \cdot (c_0 - d) \cdot (nm_x \cdot \cos \sigma - nm_y \cdot \sin \sigma) \\ d \cdot \sin \sigma + 2 \cdot nm_x \cdot (c_0 - d) \cdot (nm_x \cdot \sin \sigma + nm_y \cdot \cos \sigma) \\ 2 \cdot nm_x \cdot (c_0 - d) \cdot nm_z \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

kde:

- d je měřená délka,
- σ je úhlová část polární souřadnice vypočtená z měřeného úhlu $\sigma = 360^\circ - \varphi$,
- nm_x, nm_y, nm_z a c_0 jsou parametry vnitřní kalibrace skeneru podle odstavce 5.

Pokud výše definované matice (4.6), (4.7), (4.8), (4.9) a vektor (4.10) vyjádříme v rovnici (4.1) získáme vztah pro přímé georeferencování podrobných bodů zaměřených skenovacím systémem. Další postup již je identický s postupem prezentovaným v [14].

4.3 Shrnutí

Byla vybrána metoda k určení prostorových vztahů mezi jednotkou INS/GPS a kamerou a laserovým skenerem. Výběr metody byl založen na zkušenostech získaných dosavadními experimenty a zejména na rešerši aktuální literatury na tato témata.

Pro určení délkových odsazení je používáno laboratorní měření. Úhlové stočení senzorů vůči INS/GPS bude určováno tzv. polní kalibrací (in-flight). V případě kamery, budou používány obě známé metody - jednokroková i dvoukroková. V případě laserové skeneru bude použita metoda prezentovaná v publikaci [14] resp. [8], která bude rozšířena pro použití našeho skeneru s kónickou modifikací.

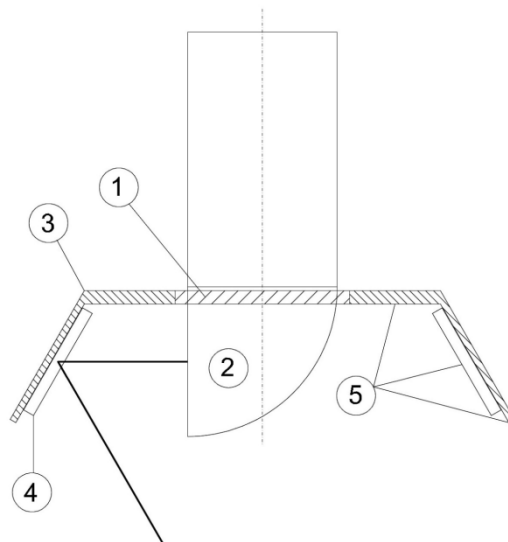
5 Kalibrace kónické modifikace liniového skeneru Sick LD-LRS1000

Použití kónické modifikace má proti neupravenému liniovému skeneru řadu výhod. Za prvé je možné využít celý pracovní rozsah skeneru, zatímco v původním stavu je přibližně 60% skenovací roviny nevyužito. Za druhé dochází ke skenování pod úhlem (v našem případě 30 stupňů od tížnice) a tudíž budou zaměřeny i jinak nepřístupné plochy zejména v zastavěných nebo jinak členitých oblastech (vertikální stěny lomů, budov, ...). Za třetí v horizontálních oblastech bude povrch zaměřen dvakrát (dopředu a dozadu) a tudíž dojde ke kontrole správné funkčnosti celého systému. V případě nesouladu můžou být tato redundantní data použita k doladění kalibrace celého systému.

Parametry skeneru byly již uvedeny v odstavci 2.4, a proto zde nebudou opakovány.

5.1 Modifikace

Pro potřeby projektu byl skener doplněn o fokusační zrcadlo, které zajistí odklon laserového svazku a jeho zaostření na vzdálenost 80m. Technické schéma této úpravy je zobrazeno na následujícím obrázku.



Obr. 5 - Schéma modifikace skeneru

Na **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.** jsou (2) rotační hlava skeneru, (1) objímka k uchycení, (3) rameno nesoucí fokusační zrcadlo (4) a (5) symetricky umístěné rameno sloužícím k dynamickému vyvážení.

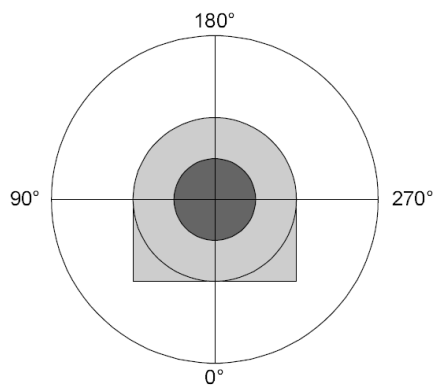
Úhel odklonu osy svazku od rotační osy skeneru je přibližně 30 stupňů.

Divergence laserového svazku použitého skeneru je poměrně velká (2,8 mrad), pravděpodobně úmyslně z důvodu primárního použití v bezpečnostních aplikacích. Proto je použito zrcátko se sférickým profilem, jehož zaostřovací vzdálenost je 80 metrů.

5.2 Matematický model modifikovaného skeneru

Nejprve je nutné definovat matematický model měření bodu modifikovaným skenerem.

Skener měří délky d , úhly φ a dále může měřit a registrovat intenzitu vráceného signálu. Úhel φ je definován po směru hodinových ručiček viz **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**



Obr. 6 - Směr měření úhlu skenerem (převzato z manuálu)

Pro jednoduchost výpočtu bude měřený úhel vždy přepočten na směrnik σ , se kterým bude dále pracováno:

$$\sigma = 360^\circ - \varphi \quad (5.1)$$

Hledány jsou parametry normály rovnice roviny zrcadla v implicitním tvaru:

$$nm_x \cdot x + nm_y \cdot y + nm_z \cdot z + cm = 0, \quad (5.2)$$

vztažené k souřadnicové soustavě skeneru a dále parametr c_0 .

Parametr c_0 představuje přímou vzdálenost mezi počátkem souřadnicové soustavy skeneru a místem dopadu laserového svazku na zrcadlo. Mezi parametry roviny a parametrem c_0 je možné odvodit vztah:

$$c_0 = -\frac{cm}{nm_x} \quad (5.3)$$

Použití parametru c_0 proti cm má tu výhodu, že je možné jej velmi přesně (s přesností přibližně 1-2 mm) určit přímým laboratorním měřením.

Hledané parametry tedy jsou nm_x , nm_y , nm_z a c_0 .

Aby byly parametry rovnice roviny (5.2) určeny jednoznačně, je nutné ji doplnit nějakou podmínkou. Z praktických důvodů použijeme podmínku jednotkového směrového vektoru roviny:

$$nm_x^2 + nm_y^2 + nm_z^2 - 1 = 0 \quad (5.4)$$

Dále je nutné pro jednoznačnost upravit i numerické hodnoty parametrů tak, aby:

$$cm > 0 \quad (5.5)$$

Při platnosti obou podmínek (5.4) a (5.5) získává hodnota cm geometrický význam kladné vzdálenosti roviny (5.2) od počátku souřadnicové soustavy a vektor $\mathbf{nm} = (nm_x, nm_y, nm_z)^T$ má směr od roviny k počátku souřadnicové soustavy.

Souřadnicovou soustavu skeneru (dále SSS) budeme definovat jako kartézskou souřadnicovou soustavu podle následujícího obrázku:



Obr. 7 - Schéma souřadnicové soustavy

Jedná se o matematickou souřadnicovou soustavu s osou „Z“ totožnou s rotační osou skeneru a počátkem souřadnicové soustavy na ose „Z“ ve výšce výstupu laserového svazku z výstupní pupily skeneru (střed vnější čočky).

Polohu bodu v prostoru zaměřená modifikovaným skenerem v libovolném natočení dané směrníkem σ je možné popsat následujícím vztahem:

$$\mathbf{x} = c_0 \cdot \mathbf{v}_{1\sigma} + (d - c_0) \cdot \mathbf{v}_{2\sigma}, \quad (5.6)$$

kde $\mathbf{v}_{1\sigma}$ je jednotkový vektor z počátku SSS do bodu dopadu laserového svazku na zrcadlo (dále \mathbf{RP}), $\mathbf{v}_{2\sigma}$ je jednotkový vektor z bodu \mathbf{RP} do zaměřeného bodu \mathbf{x} .

Pro $\mathbf{v}_{1\sigma}$ platí jednoduchý vztah:

$$\mathbf{v}_{1\sigma} = \begin{pmatrix} \cos \sigma \\ \sin \sigma \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Vektor $\mathbf{v}_{1\sigma}$ dopadající na rovinu definovanou normálovým vektorem \mathbf{nm}_σ (normálový vektor roviny \mathbf{nm} otočený o směrnik σ) je transformován do vektoru $\mathbf{v}_{r\sigma}$ podle obecného vztahu:

$$\mathbf{v}_{r\sigma} = \mathbf{v}_{1\sigma} - 2 \cdot \mathbf{nm}_\sigma \cdot (\mathbf{v}_{1\sigma}^T \cdot \mathbf{nm}_\sigma) \quad (5.8)$$

Směrový vektor roviny \mathbf{nm}_σ je určen prostorovou rotací zrcadla kolem osy „z“:

$$\begin{aligned} \mathbf{nm}_\sigma &= \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{nm} = \begin{pmatrix} \cos \sigma & -\sin \sigma & 0 \\ \sin \sigma & \cos \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{nm} = \\ &= \begin{pmatrix} nm_x \cdot \cos \sigma - nm_y \cdot \sin \sigma \\ nm_x \cdot \sin \sigma + nm_y \cdot \cos \sigma \\ nm_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Pokud do vztahu (5.6), dosadíme rovnice (5.7), (5.8), (5.9) a (5.3) tak po úpravách získáme výsledný vztahy pro bod \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} d \cdot \cos \sigma + 2 \cdot nm_x \cdot (c_0 - d) \cdot (nm_x \cdot \cos \sigma - nm_y \cdot \sin \sigma) \\ d \cdot \sin \sigma + 2 \cdot nm_x \cdot (c_0 - d) \cdot (nm_x \cdot \sin \sigma + nm_y \cdot \cos \sigma) \\ 2 \cdot nm_x \cdot (c_0 - d) \cdot nm_z \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

Vztah (5.10) představuje matematický model modifikovaného skeneru. Zajímavým a důležitým faktem je, že všechny takto určené body leží na kuželové ploše.

5.3 Vyrovnání

Úkolem vyrovnání je určení nejpravděpodobnějších hodnot parametrů modifikovaného skeneru uvedených v přechozím odstavci.

Parametry modifikovaného skeneru budou určeny zprostředkovaně z apriorně známých podmínek pro zaměřené body. Pro jednoduchost používáme zaměření roviny, jejíž dostatečně přesnou reprezentaci je možné snadno realizovat (stěna, podlaha, ...).

Je zřejmé, že při správně určených parametrech skeneru, by body zaměřené na reálné rovině, měli v jedné rovině skutečně ležet, až na odchylky způsobené náhodnými chybami měření. Pro lepší konfiguraci vyrovnání (ověřeno experimentálně podle dosažených směrodatných odchylek) je nutné doplnit podmínky rovinnosti podmínkou kolmosti nejméně jedné dvojice rovin.

Další podmínkou je, že všechny body zaměřené ze skeneru by měli ležet na jediné kuželové ploše. To je ale přímo zajištěno modelem skeneru reprezentovaným rovnicí (5.10).

Podmínka umístění naměřených bodů v rovině je aplikována na každý realizovaný kalibrační sken zvlášť (každý sken leží ve své rovině). Dále byly doplněny skeny ležící částečně na dvou navzájem kolmých rovinách (např. podlaha a stěna).

Budeme používat implicitní vztah pro rovinu uvedený již výše. Z důvodu přehlednosti zápisu je zde uveden opakovaně:

$$a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d = 0 \quad (5.11)$$

Aby byly parametry rovnice roviny (5.11) určeny jednoznačně, je nutné ji doplnit nějakou podmínkou. Z praktických důvodů použijeme podmínku jednotkového směrového vektoru roviny:

$$a^2 + b^2 + c^2 - 1 = 0 \quad (5.12)$$

Dále je nutné pro jednoznačnost upravit i numerické hodnoty parametrů tak, aby:

$$d > 0 \quad (5.13)$$

Vzdálenost bodu od roviny potom je:

$$d_i = a \cdot x_i + b \cdot y_i + c \cdot z_i + d \quad (5.14)$$

Hledané parametry pro každou rovinu jsou a , b , c a d .

Pro skeny ležící na dvou kolmých rovinách bude dále platit podmínka kolmosti jejich normálových vektorů (nulová velikost skalárního součinu):

$$a_i \cdot a_j + b_i \cdot b_j + c_i \cdot c_j = 0 \quad (5.15)$$

Model vyrovnání je založen na metodě nejmenších čtverců. Konkrétně je minimalizována suma čtverců vzdáleností podrobných bodů od roviny (vzdálenost bodu od roviny (5.14)), kdy souřadnice podrobných bodů budou vyjádřeny rovnicí (5.10).

Měření tedy budou směrníky a délky na podrobné body a hledané veličiny budou tři parametry roviny zrcadla nm_x , nm_y a nm_z (c_0 je vhodnější přímo odměřit) a dále parametry jednotlivých zaměřených rovin (čtyři pro každou rovinu).

Měření a vyrovnávané parametry vystupují v komplikovaném vztahu ((5.10) dosazené do (5.14)) a není možné je separovat. Kromě vzdáleností budou součástí vyrovnání také podmínky jednotkovosti vektoru normály zrcadla a všech zaměřených rovin a podmínky kolmosti na apriorně známé kolmé roviny.

Z tohoto důvodu je vhodné použít nejobecnější variantu vyrovnání v publikaci [5] nazvanou Gauss-Helmertův model s podmínkami. Protože ale pro použitý skener není známa apriorní přesnost určení úhlu, není možné toto vyrovnání správně použít. Navíc je možné předpokládat, že pro body zaměřené v experimentu, budou přesnosti funkce vzdálenosti od roviny téměř stejné. Proto bylo nakonec použito vyrovnání Gauss-Markoff model s podmínkami viz [5] a pro všechny body byla uvažována stejná přesnost rovna jedné. Při použití aposteriori jednotkové směrodatné odchylky z vyrovnání (a ta je použita v našem případě a vždy, pokud není známá přesnost vstupních veličin), volba apriorní přesnosti neovlivní vyrovnané hodnoty ani jejich směrodatné odchylky.

5.4 Dosažené výsledky

Byl přímo odměřen parametr $c_0 = 0,155$ m. Směrodatná odchylka určení tohoto parametru byla stanovena kvalifikovaným odhadem $\sigma_{c_0} < 0,005$ m.

Měření bylo provedeno s využitím knihovny Sick LIDAR Matlab/C++ Toolbox viz [6].

Bylo zaměřeno několik rovinných ploch (podlaha, stěna) a dále realizováno několik skenů ležících částečně na dvou kolmých rovinách v lokalitě budovy Fakulty architektury ČVUT viz **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..** Sken v každé poloze byl opakován 10x.



Obr. 8 - Fotografie z kalibračního měření

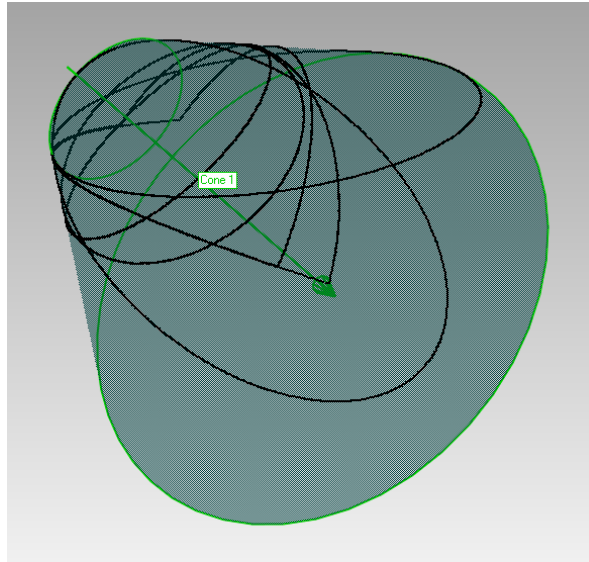
Byl vytvořen program, který načte měření, zprůměruje opakované měření, pomocí vztahu (5.10) a přibližně známé normály zrcadla vypočte 3D souřadnice všech bodů a z nich přibližné parametry zaměřených rovin (vztah pro efektivní výpočet normály roviny na základě momentu setrvačnosti převzat z [1]). Body skenů zasahujících do dvou a více rovin byly prozatím manuálně rozděleny do samostatných vstupních souborů. Pro automatizaci této kalibrace bude implementováno automatické rozdělení bodů do příslušných rovin (segmentace) metodou RANSAC [7].

Dále následuje vyrovnání založené na minimalizaci čtverců vzdáleností všech zaměřených bodů od všech zaměřených rovin, které probíhá iteračně, dokud není pokles směrodatné odchylky jednotkové menší než zadaný limit (použito $10e-8$).

Výsledkem jsou vyrovnané parametry všech rovin, z nichž nás zajímá pouze rovina zrcadla.

V realizovaném experimentu byly použity čtyři rovinné skeny a tři skeny ležící ve dvou kolmých rovinách viz **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..** Každý sken obsahoval 1440 bodů. Směrodatná odchylka jednotková a posteriori z vyrovnání je 0,0038 m. V našem případě to představuje kvadratický průměr ze vzdáleností zaměřených bodů od příslušných rovin. Výsledné hodnoty jsou $nm_x = -0,861517$ (0,000031), $nm_y = -0,00012$ (0,00057) a $nm_z = 0,507730$ (0,000052), v závorkách jsou uvedeny směrodatné odchylky. Korelaci vyrovnaných parametrů není možné v tomto případě analyzovat, protože jsou svázané podmínkou (5.4). Z tohoto důvodu bude v dalších experimentech tato podmínka nahrazena podmínkou např. $nm_x = -1$.

Směrodatné odchylky představují na vzdálenost 100 metru odchylky 0,0060 m pro nm_x , 0,057 m pro nm_y a 0,0060 m pro nm_z . Pro nm_x a nm_z jsou dosažené odchylky dostatečné. Pro nm_y by bylo vhodné navrhnout jinou konfiguraci měření, která by snížila nejistotu v tomto parametru. Pravděpodobným řešením by mohlo být zaměření trojice kolmých rovin (např. roh místnosti).



Obr. 9 - Vizualizace naměřených kalibračních dat

Dalšího zvýšení přesnosti všech hledaných parametrů by mohlo být dosaženo zvětšením rozměru experimentu. Směrodatná odchylka měřené délky u skeneru založených na pulzní technologii (time-of-flight, použitý skener) se zvětšuje s rostoucí vzdáleností velmi málo a je možné ji do určité vzdálenosti považovat za konstantní. Při větších rozměrech provedeného experimentu, by tedy byly vstupní veličiny téměř stejně přesně zaměřeny, ale vnější rozměry by se řádově zvětšily a tudíž by chyby měřených veličin neměli mít takový vliv odchylky vyrovnaných parametrů.

5.5 Shrnutí

V odstavci 5 je představena původní metoda k určení parametrů skeneru s kónickou modifikací trajektorie laserového skeneru, který je důležitou součástí vyvíjeného mapovacího systému. Metoda je založena na nepřímém určení těchto parametrů z měření přesných rovin se vzájemně známým vztahem.

Dosažené výsledky jsou slibné, ale k dosažení požadované přesnosti bude nutné provést další simulované a reálné experimenty. Dále je nutné teoreticky odvodit vliv nedodržení apriorních předpokladů (rovinnost a kolmost rovin). Tyto otázky budou předmětem dalšího výzkumu.

6 Literatura

- [1] Ahn, S.J.: Least-Squares Orthogonal Distance Fitting. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. [Disertační práce].
- [2] Koska, B.: Calibration of Profile Laser Scanner with Conical Shape Modification for Autonomous Mapping System. In: Proceedings of SPIE Volume 8791A - Videometrics, Range Imaging, and Applications XII, Munich, Germany, 2013.

- [3] Jon, J. - Koska, B. - Pospíšil, J.: Autonomous Airship Equipped with Multi-Sensor Mapping Platform. ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences XL-5/W1, 119-124, 2013.
- [4] Koska, B.: Bore-sights and Lever-arms Determination of Sensors Mounted on Autonomous Mapping Airship. In: Proceeding of 13th International Multidisciplinary Scientific GeoConferences, www.sgem.org , SGEM2013 Conference Proceedings, 2013.
- [5] McGlone, J.C. - Mikhail, E.M. - Bethel, J. - Mullen, R.(Eds.): Manual of Photogrammetry, fifth ed.. American Society of Photogrammetry and Remote Sensing, Bethesda, MA, 15–180 (2004).
- [6] Derenick, J. - Miller, T. - Spletzer, J. - Kushleyev, A. - Foote, T. - Stewart, A. - Bohren, J. - Lee, D.: The Sick LIDAR Matlab/C++ Toolbox: Software for Rapidly Interfacing/Configuring Sick LIDARs. Dostupné online: http://www3.lehigh.edu/images/userImages/jgs2/Page_7287/LU-CSE-08-008.pdf (24 March 2013).
- [7] Fischler, M. A. - Bolles, R. C.: Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Communications of the ACM 24(6), 381-395 (1981).
- [8] Vosselman, G. - Maas, H.: Airborne and Terrestrial Laser Scanning. Whittles Publishing, Scotland, 2010.
- [9] Kraus, K.: Photogrammetry: Geometry from Images and Laser Scans, Second Edition. Walter de Gruyter, Berlin, 2007.
- [10] Kraus, K.: Photogrammetry Volume 2 - Advanced Methods and Applications. Duemmler/Bonn, Germany, 4th edition, ISBN 3-427-78694-3, 1993.
- [11] Skaloud, J. – Schaer, P.: Towards A More Rigorous Bore-sight Calibration. In: ISPRS International Workshop on Theory, Technology and Realities of Inertial / GPS Sensor Orientation, Spain, 2003.
- [12] Schmitz, M. – Wübbena, G. – Bagge, A. - Kruck, E. J.: Benefit of Rigorous Modeling of GPS in Combined AT/GPS/IMU-Bundle Block Adjustment. In: Presented at OEEPE Workshop "Integrated Sensor Orientation", September 17th-18th, Hannover, Germany, 2001.
- [13] Pivnicka, F. – Kemper, G. – Geissler, S.: Calibration Procedures in Mid Format Camera Setups. In: International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XXXIX-B1, 2012.
- [14] Skaloud, J.-Lichty, D.: Rigorous approach to bore-sight self-calibration in airborne laser scanning. In: ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing 61, 2006.
- [15] Vallet, J. - Skaloud, J.: Development and Experiences With a Fully-Digital Handheld Mapping System Operated from a Helicopter. In: The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, vol. XXXV, Part B, Commission 5, 2004.
- [16] Mikhail, E. M. – Ackerman, F.: Observation and Least Squares. A Dun-Donnelley Publisher, New York, 1976.
- [17] Friess, P.: Towards a rigorous methodology for airborne laser mapping. In: Proceedings of EuroCOW, Castelldefels, Spain, 2006.